

# Matemaatikon silmin

## Osa 2: ” $\subset$ ”

Heikki Pitkänen

25.09.2013

Kaverini kertoi saaneensa avokämmenestä seuraavanlaisen keskustelun saattelemana. Nainen  $a$  pelaa lentopalloa joukkueessa  $A$ .

**Kaverini:** Kylläpä joukkueen  $B$  naiset on hyvännäköisiä.

**Nainen  $a$ :** Ai mekö ei olla! \*SLAP!\*

Matemaatikkomme on hämillään. Ensinnäkin mikä sai kaverini kehuaan naisen  $a$  läsnäollessa jotain toista naista? Toisekseen mikä on naisen reaktion joukko-opillinen tausta. Tutustutaan relaatioihin ” $\in$ ” ja ” $\subset$ ”.

Kun *alkio  $x$  kuuluu joukkoon  $X$* , merkitsemme  $x \in X$ . Jos käytämme kaikkien hyvännäköisten naisten joukolle merkintää  $C$ , tarkoitamme  $c \in C$ , kun sanomme ” $c$  on hyvännäköinen”. Jos taas sanomme ” $a$  pelaa lentopalloa joukkueessa  $A$ ” tarkoitamme, että  $a \in A$ . Siis hyvännäköiset kuuluvat hyvännäköisten joukkoon ja pelaajat kuuluvat joukkueen muodostamaan joukkoon.

Toinen joukkoihin liittyvä tärkeä relaatio on *osajoukkorelaatio* ” $\subset$ ”. Jos joukon  $X$  kaikki alkiot kuuluvat myös joukkoon  $Y$ , sanomme, että  $X$  on joukon  $Y$  *osajoukko* ja merkitsemme  $X \subset Y$ . Edellisessä keskustelussa kaverini yrittää siis sanoa ” $B \subset C$ ” eli jokainen joukkueen  $B$  pelaaja  $b$  kuuluu joukkoon  $C$ . Relaatio  $\subset$  on *osittainen järjestys*, eli se on *antisymmetrinen* ja *transitiivinen*. Lisäksi se on *refleksiivinen*, sillä pätee  $X \subset X$ .

Keskustelussa nainen  $a$  päättelee kaverini väitteestä seuraavan ” $A \not\subset C$ ”, minkä hän ääneen huudahtaa<sup>1</sup>. Reaktiosta päätelleen hän näyttää ottavan kaverini väitteen vielä henkilökohtaisena loukkauksena ja tulkitsevansa sen ” $a \notin C$ ”. Tämä tulkinta on kuitenkin väärä, sillä relaatio ” $\subset$ ” on antisymmetrinen. Ehdoista  $B \subset C$  ei seuraa  $C \subset B$ , eli kaikki hyvännäköiset naiset eivät ole (välttämättä) rajoittuneet vain joukkueeseen  $B$ . On mahdollista, että jollekin joukkueen  $A$  pelaajalle  $x$  pätee myös  $x \in C$ . Edelleen naisen  $a$  reaktiosta päätellen on kuitenkin hyvin mahdollista, että pätee  $a \notin C$ , mutta tätä tarinamme ei kerro.

Matemaatikkomme päättää varmuuden vuoksi olla puhumatta rumille naisille.

---

<sup>1</sup>Tai oikeastaan: ” $A \cap C = \emptyset$ ”.