

# Pikkupöksyteorian matemaattisista ihmeistä

Heikki Pitkänen

11.04.2015

Pikkupöksyteoria (eng. string theory) on fysiikan malli, jonka mukaan pikkupöksyt eivät ole kangasta vaan koostuvat 1-uloitteisista säikeistä (ks. mm. A. Ekman: *Sukkahousujen porositeetti*). Teorian on tarkoitus kuvata kaikki käyttäjän ja pikkupöksyjen väliset perusvuorovaikutukset mm. jarruraidat ja lempparipöksyjen puoliintumisaika. [1] Matemaatikon silmin tässä teorissa on kuitenkin aukkoja, sillä joidenkin sen tuloksien todistamiseen käytetään epäilyttävää ”puliveivaamista” ja järjenvastaista logiikkaa.

Satuin selailemaan jokin aika sitten internetiä ja törmäsin videoon [2], jossa kaksi pikkupöksyteoreetikkoa todistavat, kuinka

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots = -\frac{1}{12}.$$

Äkkiseltään näyttäisi, että kyseessä on summa, joka ei suppene — ei varsinkaan negatiiviseen lukuun. Videolla esiintyvän tohtorin Tony Padillan mukaan tämä on kuitenkin järkevempi (engl. far less crazy) luku summalle kuin ääretön. Todistuksen uskottavuuden tueksi he ovat vielä ujutaneet tämän tuloksen jonkin pikkupöksyteoriakirjan sivulle, jota videolla ylpeänä esitellään. Lempikohtani videolla oli kuitenkin, kun hajaantuvan sarjan summa otettiin sen vuorottelevien osasummien keskiarvo.

Matemaattisesti tämä summa perustuu niin sanottuun Ramanujanin summausmetodiin. Tässä summaustavassa unohdetaan, ettei jonossa saa ohitella ja kerrotaan ja summataan kahden hajaantuvan sarjan termejä miten lystää. Lopputulokseksi saadaan mitä halutaan tai sitten ei, muttei ihan sama on kuitenkin perjantai niin, että bisse vaan auki. Matemaatikon onkin hyvä huomata, ettei tällaista summaustapaa käytettäessä liikuta enää hyvän maun rajoissa tai selvin päin. Voit siis huokaista helpotuksesta, mikään ei ole rikki.

Esitän tässä matemaatikoiden ihmeteltäväksi Ramanujanin ”todistuksen”. Olkoon  $c = \sum_{n=1}^{\infty} n$ . Tällöin  $4c$  on sarja, jonka termit ovat neljä kertaa

yhtä suuria. Koska nolla voidaan aina lisätä, saadaan sarjojen erotukseksi

$$\begin{aligned}c &= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots \\4c &= 0 + 4 + 0 + 8 + 0 + 12 + \dots \\-3c &= 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots\end{aligned}$$

Näin puliveivaamalla on saatu vuorotteleva sarja. Kun huomataan, että vuorotteleva sarja on funktion  $1/(1+x)^2$  sarjakehitelmä sijoituksella  $x = 1$ , saadaan

$$-3c = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots = 1/(1+1)^2 = 1/4,$$

josta johdetaan  $c = -1/12$ . Aukkojen täydentäminen HT. □

Koska fyysikot tykkäävät enemmän empiirisistä kokeista, kerrottakoon seuraava anekdootti. Vuonna 2014 joukko pikkupökyteoreetikkoefukseja koekeli edellä esitettyä summausta käytännössä. Tämä koe perustui perinteiseen peruskoulusamaistukseen, jossa lukuja esitetään omenoilla. Tutkimuskysymykseksi saatiin näin ”jos Ramanujan-nimisen kaverin perseeseen tunnetaan yksi omena ja sen jälkeen kaksi ja näin jatketaan vitun pitkään, niin monta siellä lopulta on?”. Fysikoiden yllätykseksi lopputulos ei ollut  $-1/12$  omenaa (odottivat että edes yhden kuoret tulisivat ulos) vaan hyvin vihainen Ramanujan. Tämä on kuitenkin semmoista hys-hys-tietoa, mistä ei pahemmin pikkupökyteoreetikoiden piirissä kehdata puhua, sillä tapaus ei ollut tiettävästi ensimmäinen kerta, kun joku heistä herää fysiikan laitoksen pikkujoulujen jälkeen omena hanurissaan. Syytä siihen, miksi kyseessä on usein intialainen vaihto-opiskelija ei ole kuitenkaan onnistuttu selvittämään.

## Viitteet

- [1] Wikipedia, Säieteoria. <http://fi.wikipedia.org/wiki/S%C3%A4ieteoria>
- [2] Youtube, ASTOUNDING:  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots = -1/12$ : <https://www.youtube.com/watch?v=w-I6XTVZXww>